

Composição de um Tema Musical utilizando a abordagem do Lindenmayer System e da Geometria Fractal

Dirceu de F. P. Melo^{1*}

¹Departamento de Ciências Aplicadas IFBA - Campus Barbalho
Rua Emidio Santos, s/n – 40.301-015 Salvador, Ba

Abstract. *This paper describes the application of Lindenmayer System in the composition of a musical theme, according to the fractal structure of the Koch curve. For this we provide a brief theoretical discussion of fractals, L-System, and the LOGO turtle geometric approach. Finally, it demonstrated a geometric-algorithmic paradigm transposition for the musical one, and held a discussion about the musical choices and techniques used in the composition.*

Resumo. *Este trabalho descreve a aplicação do Lindenmayer System na composição de um tema musical, segundo a estrutura fractal da Curva de Koch. Para isso é realizada uma breve discussão teórica sobre fractais, Sistema -L, e a abordagem geométrica da tartaruga LOGO. Finalmente, é demonstrada uma transposição do paradigma algorítmico-geométrico para o musical, e realizada a discussão sobre as escolhas musicais e técnicas usadas na composição.*

1. O que são Fractais?

Fractais são conjuntos ou estruturas de forma extremamente fragmentada, e que preservam a mesma estrutura em todas as escalas. O termo *fractal* foi cunhado por Benoit B. Mandelbrot, e tem raiz na palavra *fractus*, que significa quebrar, fragmentar. Um exemplo clássico de um conjunto fractal é a curva de Von Koch, que é formada da seguinte maneira: um segmento de reta, chamado de iniciador, é subdividido em três segmentos de igual tamanho, daí retira-se a parte central, e substituído por dois segmentos iguais, formando um triângulo equilátero. Repetindo as operações, sucessivamente, para cada segmento, obtém-se a curva de Koch no limite para o qual tende esta estrutura. A Figura 1 mostra a evolução da curva de Koch em quatro iterações.



Figure 1: Quatro iterações da Curva de Koch. Fonte: O autor

1.1. O Sistema L

No ano de 1968, Aristid Lindenmayer, um botânico alemão, elaborou um novo tipo de reescrita, denominado de *Lindenmayer System* (Sistema-L), ou *Sistema de Reescrita Paralela*. A reescrita é uma técnica utilizada para definir objetos complexos, e consiste na substituição sucessiva, de partes de um objeto inicial simples, usando um conjunto de regras de reescrita ou regras de produção [Lindenmayer and Prusinkiewicz, 2004]. O Sistema-L é um tipo particular de Sistema Dinâmico Simbólico formado pelos seguintes elementos [Wright, 2013]:

*Supported by Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia

- Alfabeto: o alfabeto é um conjunto V finito de símbolos formais, geralmente caracteres como A, F, X, Y , etc.
- Axioma ou Iniciador: é uma cadeia W de caracteres formais de V . O conjunto formado por uma cadeias de caracteres, é também chamado de *palavra*, é denotado por V^* .
- O comprimento $|W|$ de uma palavra W é o número de símbolos da palavra. Também é possível o mapeamento de produções de a para uma palavra vazia, denotada por f , ou para o próprio a .
- Produções: uma produção ou regra de reescrita é um mapeamento de um símbolo $a \in V$ em uma palavra $W \in V^*$.

1.2. Sistema L na Abordagem Gráfica da Tartaruga

A Interpretação da tartaruga é dada basicamente deste modo: um estado da tartaruga é definido pelo conjunto (x, y, α) , onde as coordenadas cartesianas (x, y) representam a posição da tartaruga, e o ângulo α , chamado de *heading*, é interpretado como a direção para qual a tartaruga está voltada. Dado o tamanho do passo d e o incremento angular δ , a tartaruga pode responder a comandos representados pelos símbolos da Tabela 1:

Table 1: Comandos para definir o estado da tartaruga

F	Dê um passo à frente de tamanho d . O estado da tartaruga muda para (x', y', δ) , onde $x' = x + d.\cos\delta$ e $y' = y + d.\sen\delta$.
f	Dê um passo à frente de tamanho d sem traçar uma linha.
-	Vire um ângulo δ à esquerda. O próximo estado da tartaruga é $(x, y, \alpha + \delta)$.
+	Vire um ângulo δ à direita. O próximo estado da tartaruga é $(x, y, \alpha - \delta)$.
[Empilha o estado atual da tartaruga.
]	Desempilha e torna atual a última informação empilhada.

2. Aplicação do Sistema-L na Composição Musical

Para realizar a composição do tema musical foi necessário pensar na tranposição do paradigma visual para o musical. Uma vez que a curva de Koch tem como iniciador ou axioma, um segmento de reta que, a medida que vai sendo iterado, vai imergindo no espaço, foi definido que, para o universo musical o tamanho do iniciador deve ser o tamanho de um compasso completo. Assim, uma linha da partitura assinalada por um tom musical, com duração de um compasso, equivale ao segmento iniciador. Utilizou-se um sistema onde cada 15^0 de deslocamento, corresponde a um salto de $1/2$ tom, assim em 12 semitons de uma oitava, na escala cromática, tem-se o deslocamento total de 180^0 . Nessa construção girar um ângulo $\delta = 60^0$ à esquerda, a partir de uma determinada posição, equivale a subir quatro semitons (ou dois tons), a partir de uma determinada nota. O ângulo de partida α , nesse caso é 0^0 e, a sua interpretação musical é a nota de partida n_0 =sol 3, escolhida a critério do compositor. As tabelas 2 e 3 mostram os comandos associados ao movimento da tartaruga na esfera gráfica e na esfera musical.

Table 2: Comandos para definir o estado da tartaruga na construção da curva de Koch

F	Dê um passo à frente de tamanho d
-	Vire um ângulo δ à esquerda
+	Vire um ângulo δ à direita

A curva de Koch utiliza a seguinte regra de reescrita:

Table 3: Comandos para definir a execução no Sistema Musical

T	Execute a nota n_i de duração d
-	Desça o Intervalo I.
+	Suba o Intervalo I

$$w : F$$

$$p : F \mapsto F - F + +F - F$$

$$\alpha = 0^0 \text{ e } \delta = 60^0$$

Fazendo a equivalencia com o sistema musical, a regra fica assim:

$$w : T$$

$$p : T \mapsto T + T - -T + T$$

$$n_0 = \text{sol3} \text{ e } I = 2\text{tons}$$

O tema é construído em três iterações pois, nessa composição, houve a escolha de se trabalhar com uma unidade mínima de semicilcheia. A Figura 2 mostra a evolução do iniciador até a terceira iteração, associando ao desenho da curva de Koch em da nível.



Figure 2: Evolução do tema musical relativo à curva de Koch em três iterações.
Fonte: O autor

3. Conclusão

A técnica de reescrita L-System proporcionou uma maneira de exprimir musicalmente as características de auto-similaridade da geometria fractal, que auxiliaram na construção do tema principal da música *Fractus de Koch*. Um aspecto muito importante da utilização dessa técnica portanto, é que a realização da composição depende fundamentalmente da interferência do compositor, pois existem vários fatores que dependem da escolha criativa. Por fim, com a utilização dessa técnica, abre-se a possibilidade da para composição de temas musicais a partir de outras estruturas fractais.

References

- Lindemayer, A. and Prusinkiewicz, P. (2004). *The Algorithmic Beauty of Plants*. Springer.
- Wright, D. J. (2013). Dynamical systems and fractals lecture notes. <http://www.math.okstate.edu/mathdept/dynamics/lecnotes/lecnotes.html>.

Fractus de Koch

$\bullet = 100$ Dirceu Melo

1 *ff* *mp* *mf*

2

4 *ff* *ff*

6 *mp* *mf* *ff*

8 *mp*

10 *ff*

Figure 3: Fractus de Koch pg.1

10

11

12

13

14

15

mf *mp* *mf* *mp* *mf* *mp* *mp* *mf* *mp* *mp* *p* *rit.* *p* *rit.*

Detailed description: The image shows a musical score for a piece titled 'Fractus de Koch pg.2'. The score is written for two staves, treble and bass clef. It consists of six systems of music, numbered 10 through 15. System 10 (measures 10-11) features a treble staff with a whole note chord and a bass staff with a continuous sixteenth-note pattern. System 11 (measures 11-12) has a treble staff with a melodic line and a bass staff with a sixteenth-note pattern. System 12 (measures 12-13) continues the sixteenth-note patterns in both staves. System 13 (measures 13-14) shows the sixteenth-note patterns continuing. System 14 (measures 14-15) features a treble staff with a melodic line and a bass staff with a sixteenth-note pattern. System 15 (measures 15-16) shows a final melodic line in the treble staff and a bass staff with a sixteenth-note pattern. Dynamic markings include *mf* (mezzo-forte), *mp* (mezzo-piano), and *p* (piano). Performance instructions include *rit.* (ritardando).

Figure 4: Fractus de Koch pg.2