

# O Mapa de Hénon como Gerador de Repositórios Compositivos

Liduíno José Pitombeira de Oliveira<sup>1</sup>, Hildegard Paulino Barbosa<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PPGM/Departamento de Música/MUS3 – Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

<sup>2</sup>Departamento de Informática/MUS3 – Universidade Federal da Paraíba (UFPB)  
Cidade Universitária – João Pessoa – PB – 58059-900 – Brazil  
pitombeira@yahoo.com, hildegardpaulino@gmail.com

**Resumo.** Este artigo trata da utilização do sistema caótico bidimensional denominado Mapa de Hénon como gerador de repositórios compositivos. A criação de um aplicativo em Java, que automatizou o modelo matemático deste sistema, possibilitou a identificação de padrões de notas, classes-de-notas (ordenadas e desordenadas) e formas primas e, a partir daí, o planejamento de uma obra para oboé, fagote e piano.

**Abstract.** This paper describes the application of the chaotic system called Hénon map as the generator of a repository to be used in compositional design. The elaboration of a computer program in Java, which automated the mathematical model of this system, made it possible to identify patterns in terms of pitch, pitch-class (ordered and unordered) and prime forms, and, thus, to plan a piece for oboe, bassoon, and piano.

## 1. Considerações Gerais

Este artigo trata da utilização do sistema não-linear denominado Mapa de Hénon como gerador de repositórios que auxiliaram no planejamento composicional de uma obra para oboé, fagote e piano. Um aplicativo Java, criado durante a pesquisa, possibilitou a realização de experimentos com vistas à identificação de padrões e à geração de um banco de parâmetros para fins compositivos. Este banco de parâmetros se assemelha aos *chart systems* que John Cage utilizou como repositórios de parâmetros (sonoridade, duração e dinâmica) durante a composição do “Concerto for Prepared Piano” [Pritchett 1996]. A diferença é que, enquanto Cage decidiu a ordenação dos parâmetros com o auxílio do *I Ching*, a ordenação realizada aqui se deu por uma hierarquização baseada na estatística dos padrões encontrados pelo aplicativo, bem como pela livre escolha de gestos da camada superficial literalmente fornecidos pelas equações. Depois de uma breve introdução sobre caos, faremos um detalhamento histórico da pesquisa e a descrição do aplicativo. Em seguida, abordaremos as fases de planejamento composicional que culminaram na criação da obra para oboé, fagote e piano intitulada “Hénon”.

Para Bidlack [1992], caos “é o termo genérico usado para descrever a saída, sob certas condições, de sistemas dinâmicos não-lineares”. Mandelbrot [1982] acrescenta que em um comportamento caótico, “nenhum ponto é visitado duas vezes em um tempo finito”. Já Moon [2004] diz que sistemas caóticos têm seu comportamento sempre

previsível e que a incerteza do estado atual de um sistema caótico cresce exponencialmente com o passar do tempo. Comportamentos não-lineares caóticos são encontrados, por exemplo em diodos, forças magnéticas e elétricas, elementos de capacitância, indução e resistência de circuitos e transistores [Moon 2004].

## 2. O Mapa de Hénon

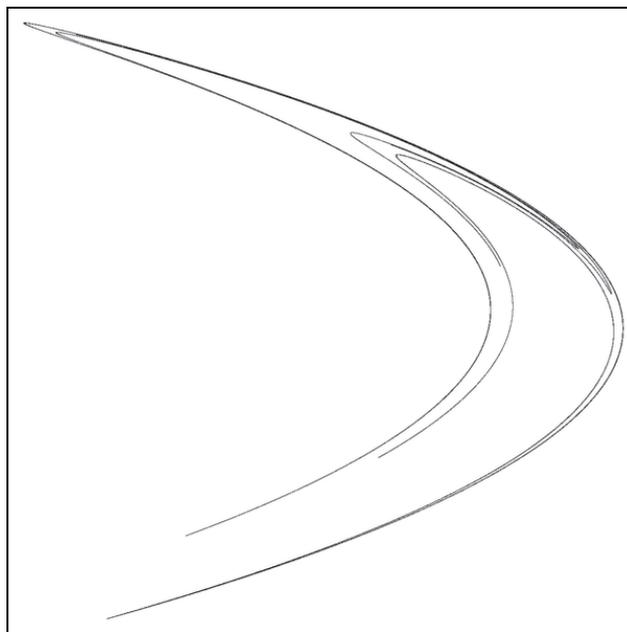


Figura 1. Mapa de Hénon

Nosso ponto de partida foi o exame de um sistema caótico bidimensional denominado Mapa de Hénon, o qual não é derivado de nenhum fenômeno natural em particular [Bidlack 1992]. Este sistema é expresso através das equações  $x_{n+1} = y_{n+1} - Ax_n^2$  e  $Y_{n+1} = Bx_n$ , onde A e B são constantes positivas. Para valores de  $A=1,4$  e  $B=0,3$  o sistema atinge um estado caótico gerando o atrator mostrado na Figura 1. Por ser bidimensional, os resultados deste sistema podem ser associados a somente dois parâmetros musicais. No nosso caso, associamos estes resultados aos parâmetros altura e ritmo (ponto de ataque e duração). A altura pode ser tratada nos formatos de: [1] notas, onde os registros são considerados e apenas ajustados em suas oitavas, quando necessário, para a extensão instrumental; [2] classes-de-notas ordenadas ou desordenadas (o termo classe-de-notas se baseia na tradução, ainda não publicada, da obra *Introduction to Post-Tonal Theory* de Joseph Straus, realizada pelo Dr. Ricardo Bordini, da Universidade Federal da Bahia); ou ainda [3] formas primas. Para a estrutura rítmica, elaboramos uma tabela de equivalência (Tabela 1) entre os valores numéricos de saída e as figuras rítmicas correspondentes, devidamente quantizadas por aproximação (por exemplo, um resultado igual a 1260 foi associado à semicolcheia), para que pudessem ser convenientemente traduzidas por um aplicativo de notação musical. O uso de pausas se constituiu em uma abertura no sistema composicional, ou seja, foram utilizadas livremente pelo compositor.

Tabela 1. Equivalência entre valores numéricos e figuras rítmicas

Figura	Valor
Mínima	10080
Semínima pontuada	7560
Semínima	5040
Colcheia pontuada	3780
Semínima quialtera de 3	3360
Colcheia	2520
Colcheia quialtera de 5	2016
Semicolcheia pontuada	1890
Colcheia quialtera de 3	1680
Colcheia quialtera de 7	1440
Semicolcheia	1260
Semicolcheia quialtera de 5	1008
Semicolcheia quialtera de 7	720
Fusa	630

### 3. O Aplicativo Java

A Figura 2 mostra a interface gráfica do programa desenvolvido durante a pesquisa, o qual já manipula o Mapa Logístico, o Mapa de Hénon e o Conjunto de Mandelbrot. A rotina de uso consiste em escolher: [1] o tipo de fractal, que no nosso caso será o Mapa de Hénon; [2] os valores para A e B, dentro dos domínios mencionados anteriormente; [3] o número de interações; [4] o tipo de gráfico (cartesiano, atrator ou plotagem ao infinito, a qual não será tratada neste artigo); [5] o tipo de saída do arquivo MIDI (notas, classes-de-notas ou formas primas); e [6] o tipo de padrão a ser buscado (tricordes, tetracordes, pentacordes ou hexacordes). Ao se pressionar o botão COMEÇAR, o programa gera: [1] um gráfico dentro da própria interface (canto superior direito), o qual pode ser percorrido em toda sua extensão com o auxílio de duas setas de deslocamento posicionadas abaixo do mesmo ou salvo no formato PNG para análise posterior; [2] um arquivo MIDI tipo 1 (este formato foi escolhido pela portabilidade, isto é, pela facilidade de conversão dos dados em notação musical convencional, bem como pela possibilidade de expansão do aplicativo, quando da futura necessidade da associação de uma das dimensões ao parâmetro timbre); e [3] tabelas de padrões, no canto inferior esquerdo, as quais podem ser salvas no formato TXT (esses dados foram mostrados já convenientemente dispostos na partitura da Figura 3 e na Tabela 2). Estas tabelas juntamente com o arquivo MIDI, que pode ser manipulado em um programa de edição de partitura (FINALE, por exemplo) para melhor visualização, são os dados mais importantes durante o planejamento composicional. O algoritmo central que realiza o cálculo dos valores para o Mapa de Hénon é:

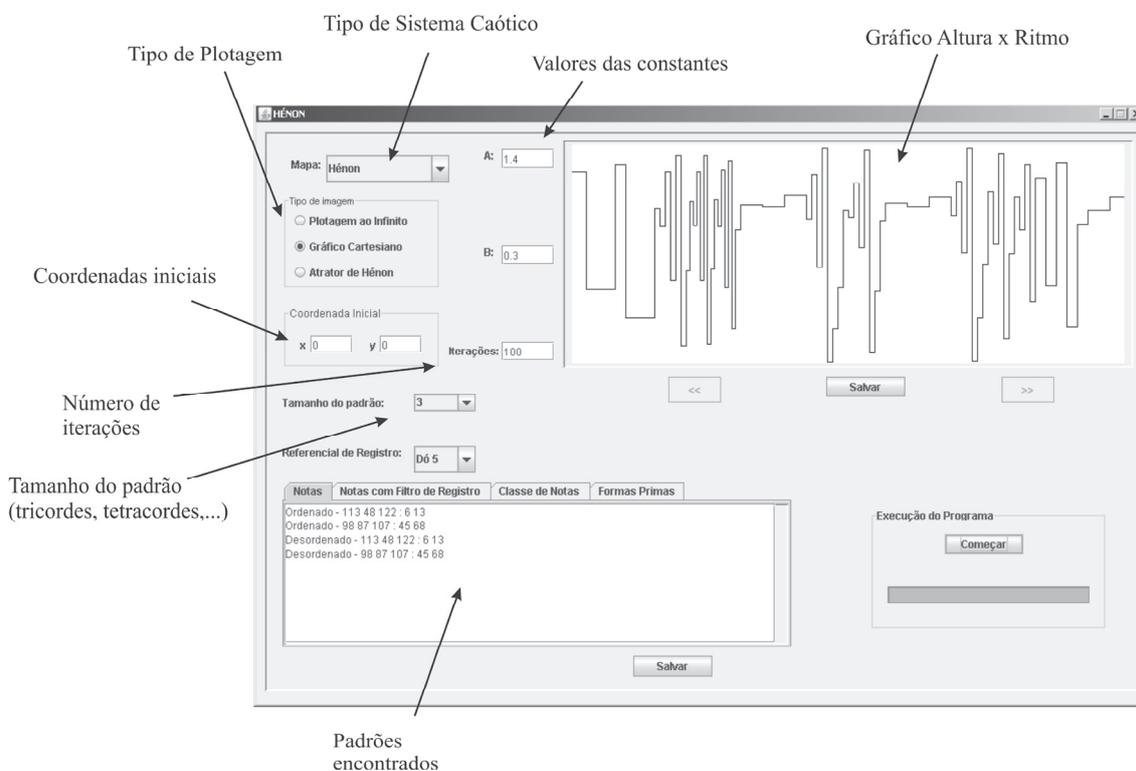
```
for (int i = 0; i < iteracoes; i++) {
    new_x = y+1.0-(a*(x*x));
    new_y = b*x;
    x = new_x;
    y = new_y;
    resultadox = x % modulo;
```

```

resultadoy = y;

Double numx = new Double(resultadox), numy = new
Double(resultadoy);
if (!numx.isNaN() && !numy.isNaN() && !numx.isInfinite() &&
!numy.isInfinite()) {
    notasProv.inserirDado(resultadox);
    duracoesProv.inserirDado(resultadoy);
}
else {
    break;
}
}

```



**Figura 2. Interface do usuário para o Mapa de Hénon**

Os dados iniciais que escolhemos foram: [1] tipo de fractal: Mapa de Hénon; [2] os valores de A e B ficaram fixos em 1,4 e 0,3, respectivamente (estado caótico); [3] 100 iterações; [4] a plotagem foi a cartesiana, onde o eixo das ordenadas é associado ao parâmetro altura e o eixo das abscissas ao parâmetro ritmo, que se compõe de ponto de ataque e duração; [5] o arquivo MIDI gerado contém classes-de-notas, isto é, sem consideração de registro; e [6] buscamos padrões tricordais. A partir dos dados gerados examinamos os arquivos MIDI e a tabela de padrões, os quais são identificados pelo aplicativo, buscando detectar recorrências de conjuntos de classes-de-notas desordenados, que pudessem se configurar como estruturas quantitativamente importantes no planejamento. Isto nos permitiu organizar repositórios onde se

observaram tendências do sistema em produzir padrões específicos que permitiram pensar em um equilíbrio entre diferença e repetição. Na Figura 3, temos o resultado das cem iterações convertidas para notação musical, através do programa FINALE, e os padrões identificados com um rótulo (letras do alfabeto), indicando o conjunto de classe-de-notas e a forma prima deste conjunto entre parênteses. A Tabela 2 mostra os padrões de conjuntos de classes-de-notas desordenados. Estes conjuntos foram rotulados com base em suas formas primas. Utilizamos apenas os padrões quantitativamente significantes, isto é, com no mínimo quatro ocorrências. Só estes sete padrões (A, A', B, C, D, D', E), onde dois pares são intimamente relacionados pela forma prima (A/A' e D/D') receberam rótulos e foram utilizados como repositórios de alturas na obra.

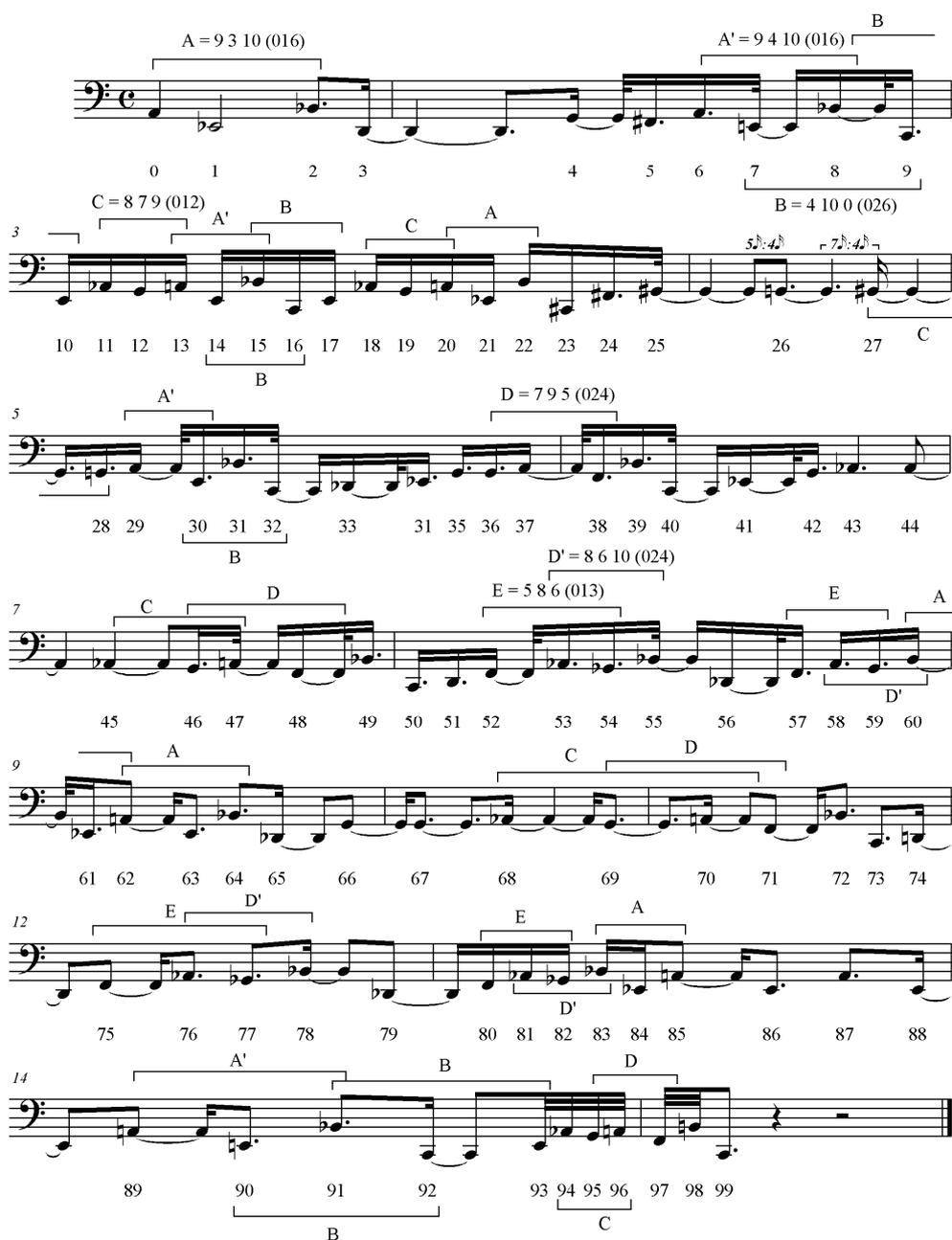


Figura 3. Resultado das iterações convertido para notação musical

**Tabela 2. Padrões de conjuntos tricordais de classes-de-notas desordenados**

Rótulo	Forma prima	Conjunto de Classes-de-notas	Ponto de ocorrência	Ocorrências
A	016	9 3 10	0 20 60 62 83	5
A'	016	9 4 10	6 13 29 89	4
B	026	4 10 0	7 8 14 15 30 90 91	7
		0 4 8	9 16 92	3
		4 8 7	10 17 93	3
C	012	8 7 9	11 18 27 45 68 94	6
		7 9 4	12 28	2
		3 10 1	21 63	2
		10 1 6	22 54 77	3
D	024	7 9 5	36 46 69 95	4
		9 5 10	37 47 70	3
		5 10 0	38 48 71	3
		10 0 2	49 72	2
		0 2 5	50 73	2
		2 5 8	51 74	2
E	013	5 8 6	52 57 75 80	4
D'	024	8 6 10	53 58 76 81	4
		10 1 5	55 78	2
		1 5 8	56 79	2
		6 10 3	59 82	2

## 4. Planejamento Composicional

Os padrões gerados pelo sistema caótico foram utilizados de duas maneiras: a) literalmente, na forma determinística com que foram produzidos; b) hierarquizados a partir de suas formas primas. Isto possibilitou a convivência simultânea entre dados em estado bruto (fornecidos pela equação) e dados tratados hierarquicamente. A transição entre esses dois estados, assim como o uso de pausas mencionado anteriormente, se constituiu em abertura no sistema composicional, sendo portanto de uso livre.

### 4.1. O parâmetro altura

Os conjuntos de classes-de-notas foram hierarquizados tomando como critério o número de ocorrências. Desta forma, o conjunto  $\{4,10,0\}$ , que aparece sete vezes, tem o maior nível hierárquico, seguido dos conjuntos  $\{8,7,9\}$ ,  $\{9,3,10\}$ ,  $\{9,4,10\}$ ,  $\{7,9,5\}$ ,  $\{8,6,10\}$  e  $\{5,8,6\}$ . Os quatro primeiros conjuntos foram utilizados como pilares estruturais de acordo com o diagrama mostrado na Figura 4, onde podemos observar como os conjuntos  $\{4,10,0\}$ ,  $\{8,7,9\}$ ,  $\{9,3,10\}$  e  $\{9,4,10\}$  têm a função de demarcar formalmente as seções da obra. Na seção A, as classes-de-notas do conjunto  $\{4,10,0\}$  são salientes. Este conjunto também emoldura a obra integralmente e marca o retorno da seção A variada, onde aparecem as classes-de-nota 3 e 4 para formar concomitantemente os conjuntos  $\{9,3,10\}$  e  $\{9,4,10\}$ , ambos com forma prima 016. A seção central B foi construída a partir do conjunto  $\{8,7,9\}$ , que sugere gestos abundantes em intervalos de segunda menor.

Tanto os conjuntos literais produzidos pelo sistema caótico, como suas formas primas, expressas sob a forma de outras configurações de classes-de-notas, isto é,

transpostas, invertidas, desordenadas etc, foram utilizados na obra. Também serão utilizadas citações literais do arquivo MIDI no formato sequencial com que foram geradas pelo Mapa de Hénon (Figura 3).

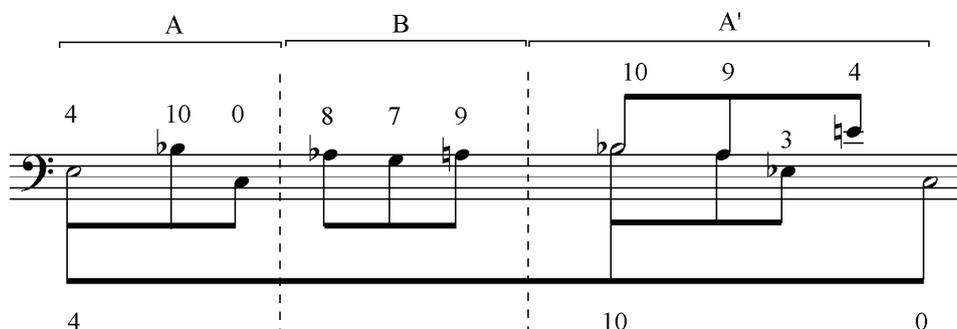


Figura 4. Planejamento estrutural da obra em função dos conjuntos

#### 4.2. O parâmetro ritmo

Assim como cinco sonoridades primas (A,B,C,D,E) foram detectadas nos resultados das iterações do Mapa de Hénon e foram classificadas em sete padrões de classes-de-notas, cinco padrões foram detectados nos gestos rítmicos, a partir de uma moldura métrica quaternária. Evidentemente, um olhar da estrutura rítmica, a partir de outros ângulos, poderia identificar padrões de outra natureza. Por exemplo, na Figura 3, encontramos uma série contínua de semicolcheias pontuadas entre os eventos 28—42 e 46—61, bem como uma série contínua de colcheias pontuadas entre os eventos 62—79. No entanto, os padrões aqui utilizados, identificados na Figura 5, foram observados (como uma escolha na fase de planejamento composicional) a partir de uma pulsação constante de semínimas em compasso 4/4. Tais padrões foram utilizados em abundância na obra, tanto no formato literal como alterado. Os procedimentos de alteração consistiram em: a) dissociar esses padrões rítmicos das alturas fornecidas pelo sistema caótico; b) utilizar esses padrões em sequências temporais diferentes das originais.

#### 4.3. Gestos iniciais da obra

A Figura 6 mostra a página inicial de “Hénon”, para oboé, fagote e piano. A obra se inicia utilizando um fragmento do primeiro gesto rítmico (Figura 5) adaptado intercaladamente ao conjunto 026, de maior nível hierárquico, o qual se inicia na classe-de-notas 4 (Mi), definida como estrutural no planejamento composicional (Figura 4). Um agregado de doze sons construído totalmente com o conjunto 026 é distribuído nos três primeiros compassos (4,10,0,3,7,9,2,6,8,1,5,11) ao mesmo tempo em que a classe-de-notas estrutural 4 é prolongada até o início do segundo gesto (compasso 4). No segundo compasso, o quinto gesto rítmico é também adaptado intercaladamente ao conjunto 026. Os compassos 1-3 integram o que poderíamos designar de frase 1. A segunda frase também salienta a classe-de-nota estrutural 4, a qual aparece em todos os instrumentos. Em seguida, o gesto inicial gerado pelo sistema de equações (Figura 3) é transposto para iniciar na classe-de-nota 4, primeiramente no oboé e em seguida no fagote, o qual prossegue mostrando duas configurações do conjunto 026 no compasso 7. No compasso 8, uma citação literal do gesto gerado pelas equações é mostrada inicialmente em todos os instrumentos sendo finalizada somente pelo piano.

The image shows a musical score for a bass clef instrument, likely a double bass, with various rhythmic patterns and annotations. The score is organized into several systems, each containing one or more measures. The measures are numbered 1 through 13. Annotations include '5a aumentado', '5b aumentado', 'retrógrado', and 'Fragmento de 3 diminuído'. The score is written in a key signature of one flat (B-flat) and a common time signature (C). The notes are primarily eighth and sixteenth notes, often beamed together. The annotations suggest complex rhythmic relationships and transformations between the different measures.

Figura 5. Padrões rítmicos

## 5. Conclusão

A obra “Hénon”, para oboé, fagote e piano, criada a partir de um sistema caótico denominado Mapa de Hénon, cujos valores foram filtrados e hierarquizados em uma fase de planejamento composicional, demonstra o emprego concomitante de princípios matemáticos, aplicativos computacionais e sistemas composicionais. A convivência de duas disciplinas científicas (matemática e informática) com a música, em torno de um objetivo comum, no caso, a criação de uma obra de arte musical, nos reportam às originais conexões entre a música e a matemática, explícitas até o século XVIII, no âmbito do conjunto de disciplinas denominado quadrivium (aritmética, geometria, astronomia e música). Tais conexões foram aparentemente um pouco atenuadas pela incursão da música nas disciplinas do trivium (gramática, retórica e lógica), através da extensiva aplicação da retórica na composição e análise de obras, a partir do período barroco. No entanto, aplicações da matemática na música, vêm retornando cada vez com maior intensidade, desde a década de 1960, no campo analítico (vejam-se, por exemplo, os diversos artigos publicados no *Music Theory Spectrum*, *Journal of Music Theory* e



## 6. Referências

BIDLACK, Rick. Chaotic Systems as Simple (but Complex) Compositional Algorithms. *Computer Music Journal*, v. 16, n. 03, p. 33 – 47, Fall 1992.

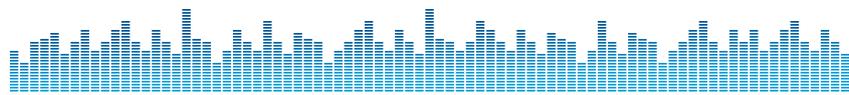
MANDELBROT, Benoît B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman, 1982.

MOON, Francis C. *Chaotic Vibrations An Introduction for Applied Scientists and Engineers*. New York: John Wiley & Sons, 2004.

PRITCHET, James. *The Music of John Cage*. New York: Cambridge University Press, 1996.

# 12.

## Simpósio Brasileiro de Computação Musical



12th Brazilian Symposium on Computer Music

# POSTERS

